## Raaklijn aan cirkel

**14 maximumscore 3**

- $x^2+y^2-10x-2y+21=0$ herschrijven tot $(x-5)^2-25+(y-1)^2-1+21=0$ 1
- $(x-5)^2-25+(y-1)^2-1+21=0$ herschrijven tot $(x-5)^2+(y-1)^2=5$ 1
- Dus de straal van $c$ is $\sqrt{5}$ 1

**15 maximumscore 8**

- De lijn $l$ (gaat door $A(0,-4)$ dus) heeft een vergelijking van de vorm $y=ax-4$ 1
- Voor de $x$-coördinaat van een gemeenschappelijk punt van $l$ en $c$ geldt dus $x^2+(ax-4)^2-10x-2(ax-4)+21=0$ 1
- Dit uitwerken tot $(1+a^2)x^2+(-10-10a)x+45=0$ 2
- ($l$ en $c$ hebben één gemeenschappelijk punt, dus deze vergelijking heeft één oplossing voor $x$ en hieruit volgt dat) voor de discriminant $D$ van deze vergelijking geldt: $D=0$ 1
- $D=(-10-10a)^2-4\cdot(1+a^2)\cdot 45$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $(-10-10a)^2-4\cdot(1+a^2)\cdot 45=0$ op algebraïsche wijze opgelost kan worden 1
- De grootste oplossing is $a=2$ (dus een vergelijking van $l$ is $y=2x-4$) 1

of

- De lijn $l$ (gaat door $A(0,-4)$ dus) heeft een vergelijking van de vorm $y=ax-4$ met $a=rc_l$ 1
- De gegeven vergelijking van $c$ is te herschrijven tot $(x-5)^2+(y-1)^2=5$, dus de coördinaten van $M$ zijn $(5,1)$ en $BM=\sqrt{5}$ ($\approx 2,236$ (of nauwkeuriger)) 1
- $AM=\sqrt{(0-5)^2+(-4-1)^2}$ dus $AM=\sqrt{50}$ ($\approx 7,071$ (of nauwkeuriger)) 1
- (Omdat $l$ raakt aan $c$ geldt) $\angle ABM=90°$ dus $\sin(\angle BAM)=\dfrac{BM}{AM}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{50}}$ (of $\dfrac{2,236}{7,071}$) ($\approx 0,316$ (of nauwkeuriger)) 1
- Hieruit volgt $\angle BAM \approx 18,4°$ (of nauwkeuriger) 1
- (De richtingscoëfficiënt van de lijn $AM$ is $\dfrac{1--4}{5-0}=1$ dus) de hoek tussen de lijn $AM$ en de $x$-as is $45°$ 1
- De hoek tussen $l$ en de $x$-as is dus (ongeveer) $45°+18,4°=63,4°$ (of nauwkeuriger) 1
- Dit geeft $rc_l \approx \tan(63,4°)$ (of nauwkeuriger) dus $rc_l \approx 2,00$ (of $rc_l=2$) (dus een vergelijking van $l$ is $y=2,00x-4$ (of $y=2x-4$)) 1

of

- De lijn $l$ (gaat door $A(0, -4)$ dus) heeft een vergelijking van de vorm $y = ax - 4$ met $a = rc_l$ — 1
- De gegeven vergelijking van $c$ is te herschrijven tot $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 5$, dus de coördinaten van $M$ zijn $(5, 1)$ en $BM = \sqrt{5}$ — 1
- $AM = \sqrt{(0-5)^2 + (-4-1)^2}$ dus $AM = \sqrt{50}$ — 1
- (Omdat $l$ raakt aan $c$ geldt) $\angle ABM = 90°$ dus Pythagoras in driehoek $ABM$ geeft $AB = \sqrt{50-5} = \sqrt{45}$ en hieruit volgt dat $B$ een snijpunt is van de cirkel $c$ en de cirkel (met middelpunt $A$ en straal $\sqrt{45}$ en dus) met vergelijking $(x-0)^2 + (y--4)^2 = 45$ — 1
- Beschrijven hoe $x$ en $y$ op algebraïsche wijze uit deze vergelijking en de gegeven vergelijking van $c$ opgelost kunnen worden — 2
- De oplossing die behoort bij de grootste richtingscoëfficiënt van $l$ is $x = 3$ en $y = 2$ (dus de coördinaten van $B$ zijn $(3, 2)$) — 1
- Dit geeft $rc_l = \dfrac{2--4}{3-0} = 2$ (dus een vergelijking van $l$ is $y = 2x - 4$) — 1

*Opmerking*
*Ook bij de oplossing die hierboven beschreven is, mogen op algebraïsche wijze verkregen tussenantwoorden zijn afgerond zo dat hieruit het eindantwoord in de gevraagde nauwkeurigheid afgeleid kan worden en mag het eindantwoord dan ook in de vorm* $y = 2{,}00x - 4$ *gegeven zijn.*